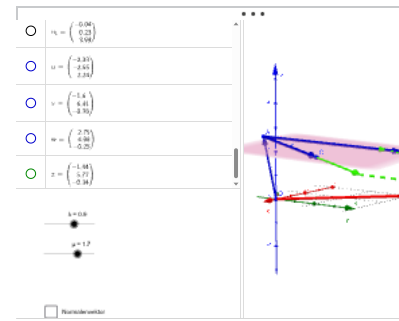


Übersicht Ebenendarstellungen

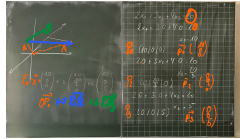
Ebenendarstellungen



Oder:
Drei Punkte aus der Ebenengleichung ermitteln
Und dann zwei Richtungsvektoren berechnen
Und einen Punkt als Stützvektor



	$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \wedge \vec{v} \cdot \vec{n} = 0$
$\Rightarrow$	$u_1 \cdot n_1 + u_2 \cdot n_2 + u_3 \cdot n_3 = 0 \quad \cdot v_1$ $v_1 \cdot n_1 + v_2 \cdot n_2 + v_3 \cdot n_3 = 0 \quad \cdot (-u_1)$
$\Rightarrow$	$u_1 \cdot v_1 \cdot n_1 + u_2 \cdot v_1 \cdot n_2 + u_3 \cdot v_1 \cdot n_3 = 0$ $-u_1 \cdot v_1 \cdot n_1 - u_1 \cdot v_2 \cdot n_2 - u_1 \cdot v_3 \cdot n_3 = 0$
$\Rightarrow$	$u_2 \cdot v_1 \cdot n_2 - u_1 \cdot v_2 \cdot n_2 + u_3 \cdot v_1 \cdot n_3 - u_1 \cdot v_3 \cdot n_3 = 0$
$\Rightarrow$	$(u_2 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_2) \cdot n_2 + (u_3 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_3) \cdot n_3 = 0$
$\Rightarrow$	$(u_2 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_2) \cdot n_2 = (u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1) \cdot n_3$
$\Rightarrow$	Wähle $n_2 = (u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1)$ $n_3 = (u_2 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_2)$
$\Rightarrow$	$u_1 \cdot n_1 + u_2 \cdot (u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1) + u_3 \cdot (u_2 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_2) = 0$
$\Rightarrow$	$u_1 \cdot n_1 = -u_2 \cdot (u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1) - u_3 \cdot (u_2 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_2)$
$\Rightarrow$	$u_1 \cdot n_1 = -u_1 \cdot u_2 \cdot v_3 + u_2 \cdot u_3 \cdot v_1 - u_2 \cdot u_3 \cdot v_1 + u_1 \cdot u_3 \cdot v_2$
$\Rightarrow$	$n_1 = \frac{-u_1 \cdot u_2 \cdot v_3 + u_2 \cdot u_3 \cdot v_1 - u_2 \cdot u_3 \cdot v_1 + u_1 \cdot u_3 \cdot v_2}{u_1}$
$\Rightarrow$	$n_1 = u_2 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_2$
$\Rightarrow$	$\vec{n} = \begin{pmatrix} u_2 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_2 \\ u_1 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_1 \\ u_2 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_2 \end{pmatrix}$



Am besten 0 die beiden anderen schauen um u. v zu

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{d.h. } \vec{\mu} = \vec{v}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) + 4 \cdot 0 = 6 - 6 + 0 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \vec{v} = 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-4) + 4 \cdot 3 = 0 - 12 + 12 = 0$$

Stützvektor $\vec{p}$
Punkt auf der Ebene
Wähle $x_1=0$ und $x_2=0$ dann:

$$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4x_3 = 20 \Rightarrow x_3 = \frac{20}{4} = 5$$

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Parameterform

$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}; r, s \in \mathbb{R}$$

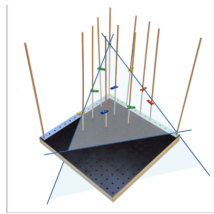
$$\begin{matrix} 3 & 0 \\ 2 & 4 \\ 0 & -3 \\ 3 & 0 \\ 2 & 4 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \} \\ \} \\ \} \\ \} \\ \} \end{matrix} \quad \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{matrix} \quad \text{zum Malen!}$$

Bestimme $\vec{n}$
Es gilt: $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \wedge \vec{n} \cdot \vec{v} = 0$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 20$$

Koordinatenform

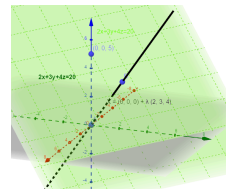


$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 20$$

$$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 5 = 20$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 20$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$



Normalenform

$$E_1: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$$

$$E_1: \vec{x} = \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 20$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 20 = 0$$

$$(x_1 \cdot 2 + x_2 \cdot 3 + x_3 \cdot 4 - 20) \cdot 4 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 20 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 20$$

lfs oder Kreuzprodukt

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad : 3x_1 - 2x_2 + 0x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}x_2$$

$$\text{und} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = 0 \quad : 0x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = \frac{4}{3}x_2$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 - 0 \cdot (-3) \\ 0 \cdot 4 - 3 \cdot 4 \\ 3 \cdot (-3) - 2 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot 4 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Setze } x_2=3 \Rightarrow x_1=2, \quad x_3=4$$

$$\text{Also} \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Man kommt auch zur Koordinatenform, indem man den Normalenvektor und einen Punkt einsetzt, um das d auf der rechten Seite zu erhalten und umgekehrt so die Normalenform